

## Exercices :

### Variables aléatoires

- 1) Vingt fûts de déchets radioactifs rouillent dans une décharge clandestine. Un travailleur est chargé d'en déplacer 2 qu'il doit choisir au hasard. Il ne sait pas que 5 fûts sont fêlés : 2 d'entre eux émettent une radiation équivalente à une dose absorbée de 40 Rem, les 3 autres de 20 Rem.
  - a) Quelle est la probabilité pour qu'il choisisse au moins 1 fût fêlé ?
  - b) Soit  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque choix de 2 fûts associe la somme des doses absorbées par le travailleur.
    - 1°) Déterminez la loi de probabilité de  $X$ .
    - 2°) Calculez l'espérance mathématique et l'écart-type de  $X$ .
    - 3°) Calculez la probabilité pour qu'il ait des séquelles qui se produisent quand on absorbe une dose au moins égale à 50 Rem.
- 2) Au cours de la gigantomachie, une dure lutte, Zeus organise la défense de l'Olympe. Parmi 5 Olympiens et 3 Cyclopes (ils n'ont qu'un œil !), il prend au hasard 4 sentinelles. On note  $X$  la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre d'yeux qui vont surveiller l'Olympe.
  - a) Précisez la loi de probabilité de  $X$ .
  - b) Calculez son espérance mathématique et son écart-type.

### Loi binomiale

- 3) Un démarcheur prospecte par téléphone 3 clients potentiels par demi-heure. Les comportements des clients sont indépendants. La probabilité pour qu'une personne contactée ne soit pas intéressée est de  $\frac{4}{5}$ .

Quelle est la probabilité que sur les 3 clients démarchés

  - a) aucun ne soit intéressé ?
  - b) au moins 1 soit intéressé ?
  - c) au plus 1 soit intéressé ?
  - d) deux exactement soient intéressés ?
- 4) Monsieur Michel achète dans une jardinerie un lot de bulbes de crocus. Le pouvoir germinatif d'un bulbe de ce lot est de 0,8. De plus, chaque bulbe contient l'un des gènes  $j$  (jaune),  $m$  (mauve) et  $b$  (blanc) qui détermine la couleur de la fleur éventuelle. On suppose que la probabilité pour qu'un bulbe donné possède le gène  $j$  est de 0,6.
  - a) 1°) Quelle est la probabilité qu'il obtienne 5 fleurs en plantant 5 bulbes ?  
2e) Quelle est la probabilité qu'il obtienne au moins 3 fleurs en plantant 5 bulbes ?
  - b) 1°) Quelle est la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur jaune ?  
2°) S'il plante 4 bulbes de crocus, quelle est la probabilité
    - pour qu'il n'ait aucune fleur jaune ?
    - d'avoir exactement 2 fleurs jaunes ?
- 5) La probabilité d'une journée de pluie au mois de mars est estimée à 0,6. Ayant 8 jours de vacances pendant cette période, quelle est la probabilité pour
  - a) ne pas avoir de pluie ?
  - b) avoir 3 jours de pluie au plus ?
  - c) avoir au moins 4 jours de pluie ?

- 6) Chaque samedi un ivrogne doit traverser 3 routes à grande circulation pour rentrer chez lui : son état élève la probabilité d'accident aux valeurs respectives 0,1 ; 0,2 ; 0,1. On demande de calculer la probabilité pour qu'il reste en bonne santé
- au bout de 3 semaines
  - au bout d'un an.
- 7) Un test comporte 10 questions. Déterminez la probabilité pour qu'un candidat donne au hasard et sans réfléchir
- 8 réponses exactes
  - 6 mauvaises réponses
  - au plus 5 réponses exactes
  - au moins 6 réponses exactes.
- 8) Une usine fabrique des billes de roulement. Une bille a 5% de chances d'être défectueuse. Lors d'une expédition de 200 billes, déterminez la probabilité pour que
- aucune bille ne soit défectueuse
  - il y ait 50% de billes défectueuses
  - il y ait 25% de billes non défectueuses
  - il y ait au plus 10% de billes non défectueuses.
- 9) Dans une caisse se trouvent 12 paires de chaussures différentes mélangées. Deux personnes A et B tirent au hasard une chaussure à tour de rôle.
- Lorsqu'elles ont chacune 2 chaussures, calculez la probabilité pour que A et B aient une paire assortie.
  - Si on répète ce tirage 3 fois, quelle est la probabilité pour qu'elles aient toutes 2 au moins 2 fois une paire assortie simultanément ?
- 10) La probabilité pour qu'un feu soit vert à un carrefour est de 0,75. Un automobiliste passe 5 fois au carrefour muni du feu A. Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de fois ou l'automobiliste rencontre le feu vert. Déterminez la loi de probabilité de X et calculez l'espérance mathématique de X.

**Loi normale centrée réduite (utilisation de la table des valeurs page 20 )**

- 11) Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite. Calculez
- $p(X \leq 1,42)$
  - $p(X \geq 1,13)$
  - $p(0 \leq X \leq 0,73)$
  - $p(0,65 \leq X \leq 1,26)$
  - $p(-1,79 \leq X \leq -0,54)$
- 12) Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite. Calculez la valeur de t sachant que :
- $p(X \leq t) = 0,7967$
  - $p(0 \leq X \leq t) = 0,4236$
  - $p(t \leq X \leq 2) = 0,1$

13) Une usine fabrique des appareils électriques dont la durée de vie obéit à la loi normale de moyenne 6 ans et d'écart-type 2 ans. On accorde une garantie de 1,5 ans.

- a) Calculez le pourcentage d'appareils à remplacer en application de cette garantie.
- b) Calculez la probabilité pour qu'un appareil dure
  - 1°) plus de 10 ans.
  - 2°) entre 4 et 7 ans.
  - 3°) plus de 20 ans.
- c) Quelle garantie peut-on accorder si on veut bien remplacer gratuitement 6,3% des appareils vendus ?

14) Une industrie a 150 employés qui dînent à la cantine. Deux menus sont proposés : le menu A a une probabilité de 0,6 d'être choisi par un employé. En utilisant l'approximation normale de la loi binomiale, déterminez

- a) la probabilité pour que au moins 75 employés prennent le menu A.
- b) la probabilité pour que au plus 120 employés prennent le menu A.
- c) le nombre de menus à prévoir pour satisfaire à 95 % toutes les demandes au moins.

15) On suppose que les notes obtenues à un examen sont distribuées normalement avec une moyenne de 76 et un écart-type de 15. Les 15 meilleurs % des étudiants reçoivent la mention A et les 10 % moins bons reçoivent la mention M. Calculez

- a) la note minimale nécessaire pour obtenir la mention A
- b) la note minimale pour réussir (ne pas obtenir M)

16) La cote exprimée sur 100 des résultats de 2000 examens de math est distribuée normalement. L'espérance mathématique est de 67 et l'écart-type de 12. Calculez le nombre d'élèves qui obtiennent un résultat

- a) supérieur à 60
- b) inférieur à 50
- c) compris entre 60 et 70
- d) compris entre 75 et 80
- e) supérieur à 85.

17) Les 3 ordinateurs d'une école ont la même probabilité de tomber en panne au cours d'un mois, soit une chance sur dix.

- a) Schématisez les pannes possibles des 3 ordinateurs durant 1 mois à l'aide d'un arbre.
- b) Chaque réparation est facturée 125€. Soit X la variable aléatoire donnant le montant mensuel des réparations. Donnez la loi de probabilité de X et calculez son espérance mathématique. Calculez la probabilité pour que le montant des réparations soit au plus de 300 euros.
- c) Calculez la probabilité pour que au bout de 6 mois
  - 1°) les 3 ordinateurs soient tombés en panne en même temps au moins 1 fois.
  - 2°) 2 des ordinateurs exactement tombent 4 fois en panne.
  - 3°) 1 des ordinateurs exactement tombe en panne au plus 2 fois.

18) Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un lave linge et d'un sèche linge. La probabilité pour qu'il achète un lave linge est de 0,6 et pour qu'il achète un sèche linge quand il a acheté un lave linge est de 0,4. la probabilité pour qu'il achète un sèche linge quand il n'a pas acheté de lave linge est 0,2.

a) Le lave linge coûte 600€ et le sèche linge 400€. On désigne par  $X$  la variable aléatoire donnant la dépense effective du client.

1°) Déterminez la loi de probabilité de  $X$  et calculez son espérance mathématique.

2°) Calculez la probabilité que l'acheteur dépense au moins 500€.

b) Si 100 personnes sont entrées dans le magasin sur la journée, calculez la probabilité pour que

1°) plus de 50 personnes sortent sans lave linge ni sèche linge.

2°) entre 30 et 40 personnes sortent sans lave linge ni sèche linge.

3°) plus de 20 personnes sortent sans

### Loi de Poisson

19) On suppose que dans un livre de 500 pages, il y a 300 fautes d'impression distribuées au hasard. Calculez la probabilité pour qu'une page donnée contienne

a) exactement 2 fautes d'impression b) 2 fautes d'impression au plus.

20) On suppose que 2% des articles produits par une usine sont défectueux. Calculez la probabilité pour que dans un échantillon de 100 articles, il y ait 3 articles défectueux.

21) On suppose que 2% des êtres humains sont en moyenne gauchers. Calculez la probabilité pour que parmi 100 personnes, 3 ou plus soient gauchers.